

Colle du 15/10 - Sujet 1
Complexes et calcul algébrique

Question de cours.

1. Énoncer les formules d'Euler.
2. Calculer pour tout $n \in \mathbb{N}$, $S_n = \sum_{0 \leq i \leq j \leq n} 2^j$.

Exercice 1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z + |z| = 1 + 3i$.

Exercice 2. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Calculer $\prod_{p=1}^n \sum_{k=0}^p 2^{p!k}$.

Colle du 15/10 - Sujet 2
Complexes et calcul algébrique

Question de cours.

1. Énoncer la formule de Moivre.
2. Déterminer l'ensemble $\mathcal{E}$ des points du plan complexe $M(z)$ tel que l'axe z vérifie $\frac{z-i}{1-iz} \in \mathbb{R}$.

Exercice 1. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Calculer $\sum_{1 \leq i < j \leq n} ij$.

Exercice 2. Calculer $\max_{|z|=1} (|z^3 + iz|)$.

Colle du 15/10 - Sujet 3
Complexes et calcul algébrique

Question de cours.

1. Énoncer la formule donnant le carré du module d'une somme.
2. Calculer pour tout $n \in \mathbb{N}$ $S_n = \sum_{k=0}^n k \binom{n}{k}$.

Exercice 1. Soient $n \in \mathbb{N}$ et $(a_i)_{0 \leq i \leq n}$ et $(b_i)_{0 \leq i \leq n}$ deux familles de complexes. Pour tout $k \in \llbracket 0; n \rrbracket$, on pose $B_k = \sum_{i=0}^k b_i$. Montrer que

$$a_n B_n - \sum_{k=0}^{n-1} (a_{k+1} - a_k) B_k = \sum_{k=0}^n a_k b_k.$$

Exercice 2. Déterminer l'ensemble des complexes $z_1 \in \mathbb{C}$ et $z_2 \in \mathbb{C}$ tels que

$$\begin{cases} iz_1 - 2z_2 = -4 + 3i \\ 2\bar{z}_2 + \bar{z}_1 = 3. \end{cases}$$